עם פתרון

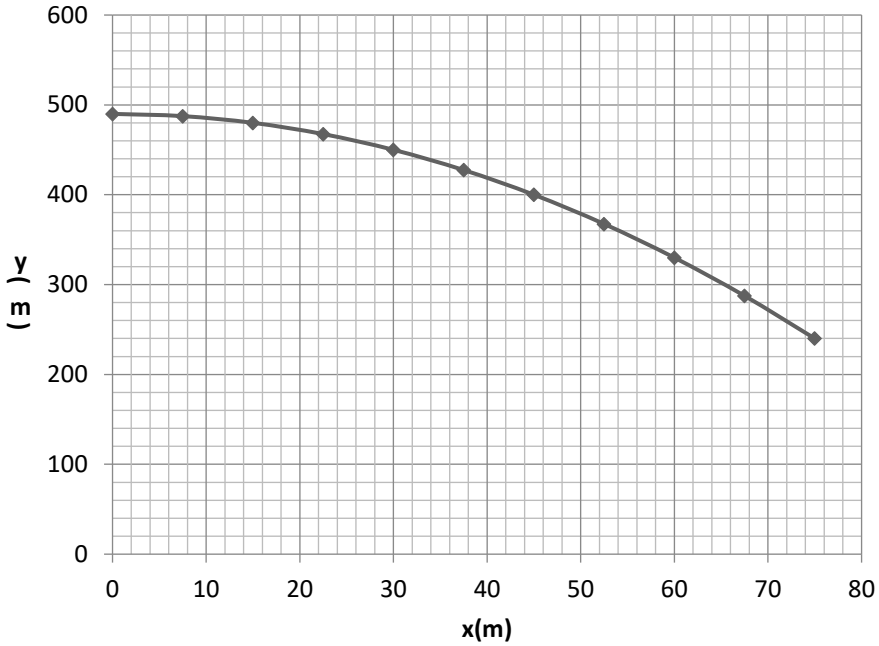
Azrieli College of Engineering Jerusalem — עזריאלי מכללה אקדמית להנדסה ירושלים

הכנה במכניקה – מבחן דוגמה

יש לענות על 4 מתוך 5 שאלות – כ"א 27 נקודות **(סה"כ 108 נק')**

שאלה 1 (27 נקודות)

האסטרונאוט ירחמיאל נחת על גבעה על כוכב קריפטון. הוא החליט למדוד את תאוצת הנפילה החופשית על כוכב הלכת וזרק כדור אופקית מראש הגבעה. מכשיר המדידה שלו מסמן כל חצי שניה את מקום הכדור. 10 הערכים הראשונים נתונים בגרף המצורף.



א. מהו גובה הגבעה ?

ב. באיזו מהירות זרק ירחמיאל את הכדור?

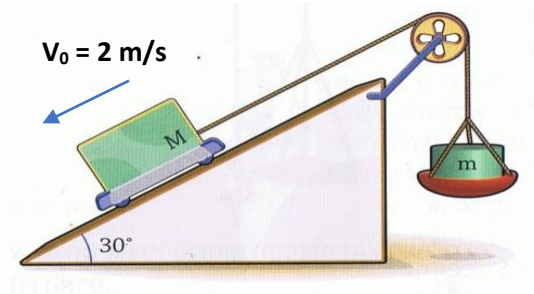
ג. מהי תאוצת הנפילה החופשית על כוכב קריפטון?

ד. באיזה מרחק מרגלי הגבעה פוגע הכדור בקרקע?

ה. באיזו מהירות (גודל וכיוון) פוגע הכדור בקרקע?

שאלה 2 (27 נקודות)

מסת הקרונית במערכת המתוארת בתרשים היא **M=2Kg** , ומסת המשקולת יחד עם הסל היא **m=3Kg** . המדרון **חלק**, והוא נטוי בזווית של **30 מעלות** ביחס לרצפה. הגלגלת חסרת מסה וחסרת חיכוך.



ברגע t=0 מקנים לקרונית מהירות של **2m/s** בכיוון מטה במדרון.

הניחו כי החוט מספיק ארוך כך שהמסות אינן פוגעות בגלגלת.

א. שרטטו תרשים כוחות לקרונית, ותרשים כוחות לסל עם המשקולת.

ב. חשבו את תאוצת המערכת (גודל וכוון).

ג. חשבו את גודל המתיחות בחוט המקשר בין הגופים.

ד. (1) לאיזה גובה מירבי יגיע הסל התלוי (ביחס לגובהו ההתחלתי)?

(2) תוך כמה זמן מתחילת התנועה יגיע הסל לגובה זה?

המשך השאלה בעמוד הבא...

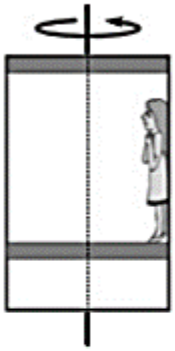
ברגע שאותו חישבתם בסע' ד' החוט נקרע.

ה. תוך כמה זמן יפול הסל חזרה לנק' ההתחלה?

ו. שרטטו גרף מהירות זמן מרגע תחילת התנועה ועד שהסל חוזר לנקודת ההתחלה.

שאלה 3 (27 נקודות)

איור 1 מתאר חתך של מתקן בלונה פארק הבנוי מחדר גלילי, שרדיוסו $R=2_m$, המסתובב סביב ציר אנכי מרכזי בתדירות הניתנת לשינוי באופן הדרגתי. אנשים הנכנסים למתקן זה מתבקשים להיצמד עם גבם לקיר החדר ולעמוד. כאשר המתקן מתחיל להסתובב ומגיע לתדירות קבועה של $f=0.4_{Hz}$ האנשים נותרים במנוחה ביחס לקיר. נערה שמסתה $m=60_{kg}$, נכנסת למתקן.



איור 1

איור 2

א. חשבו את הכוח השקול הפועל על הנערה בעת פעולת המתקן.(5 נק')

כאשר החדר מתייצב לתדירות הנ"ל, רצפת החדר מתחילה לרדת באטיות והאנשים נותרים צמודים לקיר במנוחה ביחס אליו, כאשר הם בגובה כלשהו מהרצפה, כמתואר באיור 2.

ב. שרטטו תרשים המתאר את כוחות הפועלים על הנערה במצב זה. רשמו את שמות הכוחות והגורמים המפעילים אותם. (3 נק')

ג. מהו מקדם החיכוך המזערי בין הנערה לקיר הנדרש למניעת החלקתה מטה? (6 נק')

מגדילים את תדירות הסיבוב של החדר לערך של $f=0.8_{Hz}$.

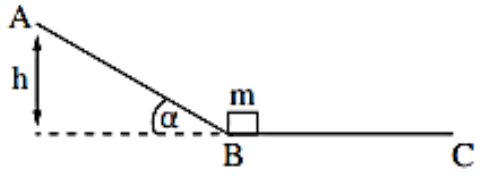
ד. מהו גודלו של כוח החיכוך הפועל על הנערה כעת? נמקו. (5 נק')

בחלק האחרון של החוויה במתקן זה מקטינים בהדרגה את תדירות הסיבוב עד לתדירות בה האנשים מחליקים מטה לאורך קיר החדר.

ה. בהנחה שמקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין האנשים לקיר החדר שווים, מהי תאוצת הנערה במקביל לקיר, אם נתון כי החדר נע בשלב זה בתדירות של $f=0.35_{Hz}$? (6 נק')

שאלה 4 (27 נקודות)

נתונה מסילה ABC. הקטע AB של המסילה חלק ומשופע בזווית α ביחס לאופק, ואילו הקטע BC אופקי ולא חלק.
גוף שמסתו m נמצא במנוחה בנקודה B (ראה תרשים).
משכו את הגוף מן הנקודה B לעבר הנקודה A באמצעות כוח חיצוני F שכיוונו מקביל לקטע AB וגודלו איננו קבוע.
הגוף הגיע לנקודה A במהירות אפס. גודל הכוח F איננו נתון.



נתון: $m = 0.5kg$, $\alpha = 30^o$, גובה הנקודה A הוא $h = 2m$.

א. קבע או חשב את העבודה של הכוח הנורמלי ואת העבודה של כוח הכובד שפעלו על הגוף לאורך הקטע AB .
פרט את שיקוליך. (9 נקודות)

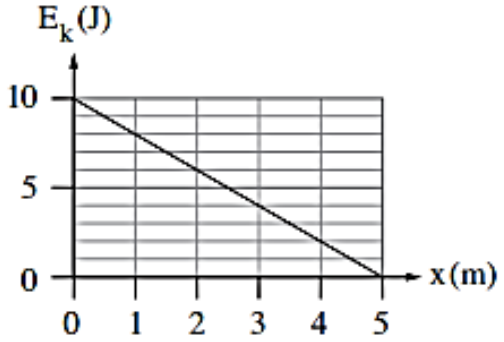
ב. חשב את העבודה הכוללת של הכוחות שפעלו על הגוף לאורך הקטע AB . (5 נקודות)

ג. חשב את עבודת הכוח החיצוני F שפעל על הגוף לאורך הקטע AB . (4 נקודות)

לאחר שהגוף הגיע אל הנקודה A , הכוח החיצוני F הפסיק לפעול, והגוף החל לנוע בחזרה על המסלול ABC .
בדרכו חזרה חלף הגוף בנקודה B , ונעצר לפני שהוא הגיע אל הנקודה C . מקדם החיכוך הקינטי בין המסילה לבין הגוף בקטע BC הוא μ_k.

ד. חשב את הגודל של מהירות הגוף בחולפו בנקודה B . (5 נקודות)

נסמן ב־ x את המרחק של הגוף מן הנקודה B במהלך תנועתו בקטע BC .
לפניך גרף המתאר את האנרגייה הקינטית של הגוף כפונקציה של x .



ה. בטא את האנרגייה הקינטית של הגוף במהלך תנועתו בקטע BC באמצעות x , g , h , m ו־ μ_k . (6 נקודות)

ו. היעזר בביטוי שקיבלת בסעיף ה ובגרף הנתון, וחשב את μ_k . ($4\frac{1}{3}$ נקודות)

שאלה 5 (27 נקודות)

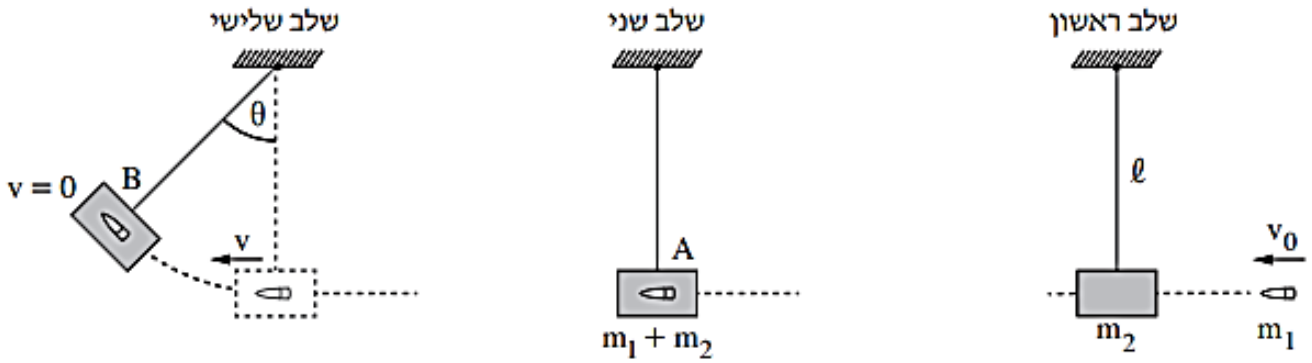
התרשים שלפניך מתאר, בשלשה שלבים, תהליך שנועד למדוד מהירתם של קליעים מהירים.

בשלב הראשון נורה קליע שמסתו m_1 לכיוון גוף שמסתו m_2 התלוי על חוט שאורכו ℓ .

בשלב השני הקליע פוגע בגוף בנקודה A במהירות אופקית שגודלה v_0 , חודר לגוף ונעצר בתוכו. משך זמן החדירה של הקליע לתוך הגוף קצר ביותר ולכן תזוזת הגוף בזמן זה ניתנת להזנחה.

בשלב השלישי הגוף (עם הקליע בתוכו) עולה עד לנקודה B ושם נעצר רגעית. בנקודה זו זווית הסטייה של החוט מהאנך היא θ .

יש להזניח את התנגדות האוויר ואת מסת החוט.



הסעיפים שלפניך מתייחסים למערכת גוף + קליע.

א. קבע אם התנע והאנרגייה המכנית נשמרים בפרק הזמן שבין רגע פגיעת הקליע בגוף ועד לעצירתו בתוך הגוף.

הסבר את קביעותיך. (4 נקודות)

ב. קבע אם התנע והאנרגייה המכנית נשמרים בפרק הזמן שבין תחילת תנועת הגוף ועד לעצירתו הרגעית בנקודה B .

הסבר את קביעותיך. (4 נקודות)

נתוני המערכת: מסת הקליע $m_1 = 0.015kg$, מסת הגוף $m_2 = 4.985kg$, אורך החוט $\ell = 0.6m$,

זווית הסטייה המרבית של החוט $\theta = 12^o$.

ג. חשב את האנרגייה הקינטית של המערכת, מיד לאחר שהגוף (עם הקליע בתוכו) התחיל את תנועתו בנקודה A .

(7 נקודות)

ד. חשב את v_0 , מהירות הקליע ברגע פגיעתו בגוף. (6 נקודות)

ה. חשב את האנרגייה המכנית ש"אבדה" בגלל החיכוך. (4 נקודות)

פתרונות

פתרון 1

א -1) מהגרף רואים שגובה הגבעה 490 מטר

א -2) המדידות נעשו כל חצי שניה . ההעתק במשך 2 שניות 30 מטר לכן: $v_x = 15\frac{m}{s}$

א -3) מתוך הגרף רואים שההעתק האנכי במשך 3 שניות הראשונות הוא 90 מטר.

$y = \frac{1}{2}gt^2$ ז"א $90 = \frac{1}{2}g \cdot 3^2$ ולכן: $g = 20\frac{m}{s^2}$

ב -1) נמצא את זמן המעוף.

$490 = \frac{1}{2} \cdot 20t^2 \quad t = 7\sec$

המרחק: $\Delta x = 15 \cdot 7 = 105m$

ב -2) $v_y = gt = 20 \cdot 7 = 140\frac{m}{s}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 140^2} \qquad v = 140.8\frac{m}{s}$

זווית הפגיעה בקרקע: $\tan\alpha = \left|\frac{v_y}{v_x}\right| = \frac{140}{15} = 9.3333$

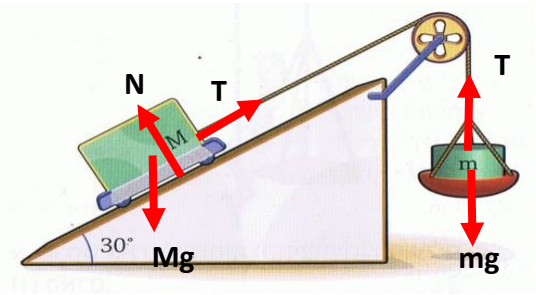
$\alpha = 83.88^0$ מתחת לציר x החיובי.

ג) היות ותאוצת הנפילה החופשית על פני כדור הארץ קטן פי 2 . והיות ו $h = \frac{1}{2}gt^2$

זמן המעוף על כדור הארץ: $\frac{t_E}{t_{KR}} = \sqrt{2} = 1.41$

פתרון 2

א. תרשים:



ב. לפי "בום-טראח": בכיוון m יורד $a = (mg - MgSin30^0)/(m+M) = (3\cdot10 - 2\cdot10\cdot0.5)/5 = \mathbf{4\ m/s^2}$

ג. (1) על פי משוואת כוחות על המשקולת התלויה: $\Sigma Fy = mg - T = ma \rightarrow T = m(g - a) =$

$= 3(10 - 4) = \mathbf{18\ N}$

(2) לפי "חוק הוק": $F = k\Delta x \rightarrow \Delta x = F/k = T/k = 18/200 = 0.09m = \mathbf{9\ cm}$

ד. (1) ע"פ נוסחה ④ (כאשר ביחס למהירות ההתחלתית-מעלה, תהיה התאוצה שלילית-מטה):

$y = (v^2 - v_0^2)/2a = (0 - 2^2)/2(-4) = \mathbf{0.5m}$

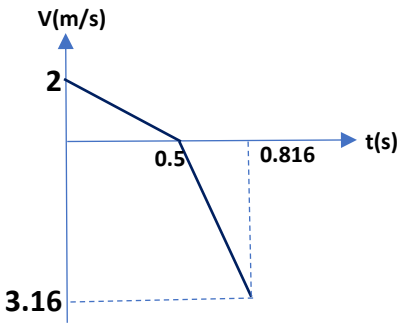
(2) ע"פ נוסחה ③: $y = (v_0 + v)t/2 \rightarrow t = 2y/(v_0 + v) = 2\cdot 0.5/2 = \mathbf{0.5s}$

ה. אחרי שהחוט ניתק, הסל נופל בנפילה חופשית, ז"א ב- g, ולכן זמן הנפילה הוא:

$t = (2y/g)^{1/2} = (2\cdot 0.5/10)^{1/2} = \mathbf{0.316s}$

בדיקה: אפשר לראות **שהשטח** החיובי (0.5מ') = **לשטח** השלילי (0.5מ'). ז"א שהסל חזר לנק' ההתחלה.

ו. גרף:



פתרון 3

א. הנערה במנוחה בציר האנכי ולכן שקול הכוחות בציר זה שווה לאפס. בציר הרדיאלי הכוח היחיד הפועל על הנערה הוא הנורמל המופעל עליה ע"י קיר המתקן, N_w , ולכן הכוח השקול הפועל עליה שווה לכוח זה. נחשב כוח זה:

$$\sum F_R = ma_R$$
$$a_R = \omega^2 R$$
$$N_w = m\omega^2 R = 4\pi^2 f^2$$
$$[1] \quad N_w = 4\pi^2 m f^2 R$$
$$N_w = 4\pi^2 60\cdot 0.4^2\cdot 2 \approx 758_N$$

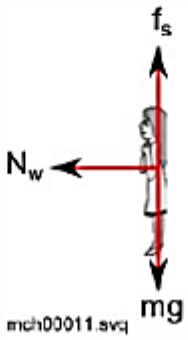
כלומר הכוח השקול הפועל על הנערה הוא 758 ניוטון כלפי מרכז הסיבוב.

ב. הכוחות הפועלים על הנערה מתוארים בתרשים הבא:

N - כוח נורמלי המופעל ע"י קיר המתקן.

mg - כוח הגרביטציה המופעל ע"י כדור הארץ.

f_s - כוח החיכוך המופעל ע"י קיר המתקן.



ג. על מנת שהנערה לא תחליק מטה, מקדם החיכוך המזערי צריך להיות כזה כך שכוח החיכוך שייוצר בין הנערה לקיר ישווה לכוח הגרביטציה הפועל על הנערה. ידוע שכוח החיכוך שווה ל: $f_k = N\mu_s$, את הנורמל חשבנו בסעיף א', ולכן:

$$N_w\mu_s = mg$$
$$758\mu_s = 60\cdot 10$$
$$\mu_s = 0.79$$

ד. כוח החיכוך אינו משתנה מאחר והוא עדיין צריך להיות שווה בגודלו לכוח הגרביטציה הפועל כלפי מטה. מצד שני מאחר ועל פי [1] לעיל הנורמל גדל כתוצאה מהגדלת התדירות ברור שגם כוח החיכוך הסטטי המקסימלי גדל והוא גדול מכוח החיכוך הנדרש.

ה. כעת הגוף אינו עוד בשווי משקל בציר האנכי מאחר והתדירות נמוכה מזו שהשתמשנו על מנת לחשב את מקדם החיכוך. כלומר מתקיים:

$$\sum F_y = ma$$
$$N_w\mu - mg = ma$$
$$a = \frac{\mu N_w - mg}{m}$$

באמצעות [1] נחשב את הנורמל כעת: $N'_w = 4\pi^2 60\cdot 0.35^2\cdot 2 = 580_N$

ומכאן $a = \frac{0.79\cdot 580 - 60\cdot 10}{60} = 2.36_{m/s^2}$.

כלומר תאוצתה של הנערה היא 2.36 מטר לשנייה בריבוע כלפי מטה.

פתרון 4

(מתוך "אתר מורי הפיזיקה")

א.

עבודת כוח הנורמל שווה לאפס, מאחר והוא מאונך למסלול התנועה במהלכה.

עבודת כוח הכובד:

דרך I, עבודת כוח משמר:

$$W_{Fg} = -\Delta U_g = -(mgh - 0) = -0.5\cdot 10\cdot 2 = -10j$$

דרך II, לפי הגדרת העבודה:

$$\frac{h}{AB} = sin\alpha$$
$$AB = \frac{h}{sin\alpha} = \frac{2}{sin30} = 4m$$
$$W_{Fg} = mg\cdot AB\cdot cos120 = 0.5\cdot 10\cdot 4\cdot(-0.5) = -10j$$

דרך III, לפי עבודת הרכיב המקביל לקו התנועה:

$$W_{Fg} = W_{Fgx} + W_{Fgy}$$

$W_{Fgy} = 0$ מאונך למסלול התנועה במהלכה, לכן $W_{Fg} = W_{Fgx}$

$$W_{Fgx} = mg\cdot sin\alpha\cdot AB\cdot cos180 = 0.5\cdot 10\cdot sin30\cdot 4\cdot(-1) = -10j$$

ב.

דרך I:

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki}$$

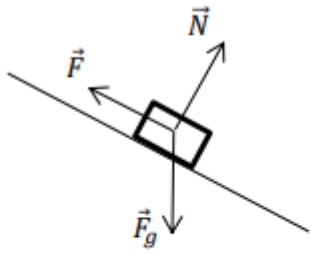
$$W_{\Sigma F} = 0 - 0 = 0$$

דרך II, מילולי:

העבודה הכוללת שווה לשינוי באנרגיה הקינטית. הגוף יצא ממנוחה וסיים במנוחה, לכן אין שינוי באנרגיה הקינטית והעבודה הכוללת אפס.

ג.

תרשים הכוחות במהלך העליה:



$$W_{\Sigma F} = W_N + W_{Fg} + W_F$$

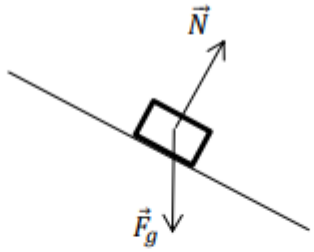
מסעיפים קודמים

$$0 = 0 + (-10) + W_F$$

$$W_F = 10j$$

ד.

תרשים הכוחות במהלך הירידה:



רק F_g, כוח משמר, מבצע עבודה לכן מתקיים שימור אנרגיה מכנית כוללת:

$$E_A = E_B$$

$$mgh = \frac{mv_B^2}{2}$$

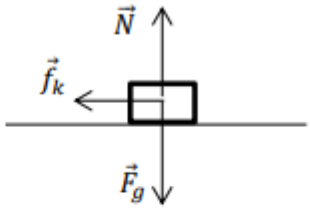
$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2}$$

$$v_B = 6.32\frac{m}{s}$$

ה.

דרך I, לתנועה לאורך המישור המשופע:

תרשים הכוחות:



הכוח היחיד שמבצע עבודה הוא כוח החיכוך, לכן:

$$W_{fk} = \Delta E_k$$

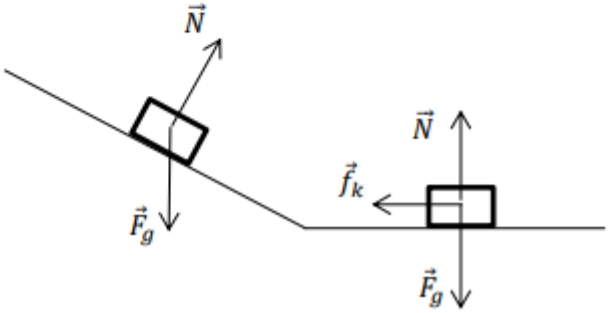
$$f_k \cdot x \cdot cos180 = E_k - \frac{mv_B^2}{2}$$

$$-\mu \cdot mg \cdot x = E_k - mgh$$

$$E_k = -\mu \cdot mg \cdot x + mgh$$

דרך II לתנועה לאורך הירידה:

תרשים הכוחות:



$$\Sigma W_{\text{כוחות לא משמרים}} = \Delta E$$

$$W_{fk} = E_k - mgh$$

$$f_k \cdot x \cdot cos180 = E_k - mgh$$

$$-\mu \cdot mg \cdot x = E_k - mgh$$

$$E_k = -\mu \cdot mg \cdot x + mgh$$

ו.

לפי הסעיף הקודם משוואת קו המגמה של הגרף:

$$E_k = (-\mu \cdot mg) \cdot x + mgh$$

$$y = A \cdot x + B$$

חישוב שיפוע הגרף והשוואתו ל- $-\mu \cdot mg$

$$-\mu \cdot mg = \frac{10-0}{0-5}$$

$$-\mu \cdot 0.5 \cdot 10 = -2$$

$$\mu = 0.4$$

פתרון 5

(מתוך האתר של יואל גבע)

סעיף א'

התנע של המערכת קליע-גוף נשמר מכיוון שעל שניהם, בזמן הפגיעה סכום הכוחות החיצוניים שווה לאפס (המתקף השקול בציר האנכי זניח מכיוון שזמן הפגיעה מוגדר קצר ביותר).

האנרגיה המכנית לא נשמרת מכיוון שמתבצעת עבודה כתוצאה מכוחות חיכוך שבין הקליע לגוף (התנגשות פלסטית).

סעיף ב'

התנע אינו נשמר מכיוון שסכום הכוחות החיצוניים הפועלים על המערכת אינו שווה לאפס.

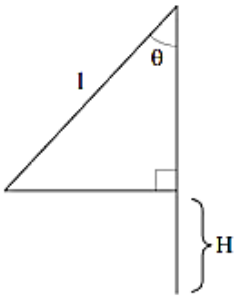
יש שינוי בגודל וכיוון המהירות של המערכת השקולה.

האנרגיה המכנית נשמרת מכיוון שפועל כוח הכובד שהינו כוח משמר, וכוח המתיחות שאינו מבצע עבודה.

סעיף ג'

בשלב זה מתקיים חוק שימור האנרגיה המכנית לכן: $E_i = E_f$.

בעבור מישור יחוס אפס בציר הפגיעה $E_k = mgH$, נחשב את גובה הגוף משיקולי טריגונומטריה.



$$H = l - l\cdot\cos\theta = l\cdot(1-\cos\theta) = 0.6(1-\cos 12^\circ) = 0.013\,m$$

$$E_k = mgH = mgl(1-\cos\theta) = 5\cdot 10\cdot 0.6(1-\cos 12^\circ) = 0.656\,J$$

סעיף ד'

נמצא את מהירות המערכת לאחר נעיצת הקליע:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$0.656 = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot v^2 \;\rightarrow\; v = 0.512\,\frac{m}{s}$$

נשתמש בחוק שימור התנע בעבור שלב הפגיעה:

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2)v$$

$$v_0 = \frac{(m_1+m_2)v}{m_1} = \frac{5\cdot 0.512}{0.015} = 170.7\,\frac{m}{s}$$

סעיף ה'

חיכוך $W = \Delta E = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - \frac{1}{2}m_1 v_0^2 = -217.88\,J$

כלומר, אבדה אנרגיה בשיעור של $217.88\,J$.