

קורס הכנה במתמטיקה - מבחן לדוגמה

משך המבחן: 180 דקות

חומר עזר: דפי נוסחאות מצורפים ומחשבון. אסור להשתמש במחשבון גרפי על הפתרונות להיות מלאים ומנומקים היטב!

יש לרשום את התשובות באמצעות מספרים מדויקים (למשל $3 - \sqrt{41}$)

ולא ע"י ערכים מקורבים (למשל -3.403).

חלק 1 (56 נק') ענו על כל שבע השאלות הבאות. משקל כל שאלה 8 נק'.

שאלה 1 (8 נק')

פתרו את המשוואה:

$$|x| \log_2 9 = \log_2 (3^{|x|} + 6)$$

שאלה 2 (8 נק')

מצאו את המקדם של x^{-1} בפיתוח הבינום $\left(\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[10]{x}} \right)^{10}$

(נוסחת הבינום: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + b^n$)

שאלה 3 (8 נק')

מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{|x| - |2-x|} - \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 3}}$ רשמו את תשובתכם כקטע אחד או כאיחוד קטעים.

שאלה 4 (8 נק')

נתון $(a > 1, b > 1)$ $\log_{\sqrt{b}} a = c$

א. חשבו את ערך הביטוי: $\log_a b + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} - \log_b \sqrt{a}$ הביעו את תשובתכם באמצעות c

ב. נתון כי $\log_a b + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} - \log_b \sqrt{a} = \frac{3}{2}$ מצאו את c

שאלה 5 (8 נק')

$$\sum_{k=1}^n (4 \cdot 2^k - 3 \cdot 4^k) = -3844$$

מצאו את n . היעזרו בסכום של סדרה הנדסית

שאלה 6 (8 נק')

$$g(x) = |-x^2 - 6x| - 7, f(x) = -x^2 - 6x$$

א. ע"י השלמה לריבוע שלם רשמו את f בצורה $f(x) = a(x - x_0)^2 + p$ ואם אפשר בצורה

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

ב. ללא שימוש בגזירה, שרטטו את הגרף של f בעזרת הגרף של הפונקציה $y = x^2$ וההזזות

המתאימות. הסבירו את שלבי בניית הגרף של f . מצאו וסמנו על הגרף של f את

הקודקוד ואת נקודות החיתוך עם הצירים (אם ישנן).

ג. ללא שימוש בגזירה וע"י שימוש בסעיף ב' שרטטו את הגרף של g

(רמז: $g(x) = |f(x)| - 7$). הסבירו את בניית הגרף.

שאלה 7 (8 נק')

$$f(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

נתונה הפונקציה $f: [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י

א. (4 נק') מצאו את נקודות החיתוך עם ציר ה- x ושרטטו את גרף הפונקציה f

ללא שימוש במחשבון וללא שימוש בגזירה

התחילו מגרף הפונקציה $y = \cos x$. נמקו את כל שלבי בניית הגרף.

ב. (2 נק') נתונה הפונקציה $g: [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $g(x) = 2 \cos\left(|x| + \frac{\pi}{3}\right) - 1$

שרטטו את גרף הפונקציה g . היעזרו בגרף הפונקציה f

ג. (1 נק') מצאו את התמונה של g . היעזרו בגרף הפונקציה.

ד. (1 נק') האם g על?

חלק II (45 נק')

ענו על שלוש שאלות מתוך השאלות 8, 9, 10, 11. משקל כל שאלה 15 נק'. רק שלוש השאלות הראשונות תיבדקנה (לפי סדר הופעתן במחברת הבחינה).

שאלה 8 (15 נק')

נתון כי השארית של חלוקת הפולינום $p(x) = (m-1)x^5 + (2m-3)x^4 + (m-7)x^2 - (5m+1)x - 3m$ בפולינום $x-1$ שווה ל-20.

- מצאו את m ללא שימוש בחילוק פולינומים. (3 נק')
 - הציבו ב- $p(x)$ את הערך של m שמצאתם בסעיף א ופרקו את $p(x)$ לגורמים בעזרת חילוק פולינומים. (9 נק')
 - היעזרו בסעיף ב ופתרו את אי השוויון: $p(x) \leq 0$. (3 נק')
- רשמו את תשובתכם כקטע אחד או כאיחוד קטעים.

שאלה 9 (15 נק')

מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(\log_2 x - 1)^{8x} - (\log_2 x - 1)^{x^2+15}}}$. רשמו את תשובתכם כקטע אחד או כאיחוד קטעים.

שאלה 10 (15 נק')

נתונות הפונקציות:

$$f(x) = \log_3(x+1)^4 - \log_{\sqrt{3}}(x+1) - 2, \quad g(x) = \log_3(|x|+1)^4 - \log_{\sqrt{3}}(|x|+1) - 2$$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה f . (1 נק')
- שרטטו את הגרף של הפונקציה f ללא שימוש במחשבון וללא שימוש בגזירה. נמקו את כל שלבי בניית הגרף (רמז: פשטו את הפונקציה f). (6 נק')
- שרטטו את הגרף של הפונקציה g ללא שימוש במחשבון וללא שימוש בגזירה. נמקו את כל שלבי בניית הגרף. (2 נק')
- האם g חח"ע? הסתמכו על גרף הפונקציה g . (1 נק')
- האם g זוגית, אי זוגית או כללית? הסתמכו על גרף הפונקציה g . (1 נק')
- פתרו בדרך אלגברית את אי השוויון $g(x) < 2$. (3 נק')
- רשמו את תשובתכם כקטע אחד או כאיחוד קטעים. (1 נק')

שאלה 11 (15 נק')

א. (11 נק') הוכיחו ע"י אינדוקציה שלכל $n \geq 1$ שלם מתקיים: $\sum_{k=1}^n k \cdot (k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

ב. (4 נק') חשבו את הסכום $\sum_{k=1}^{20} \frac{(k+1)!}{(k-1)!}$ ע"י שימוש בסעיף א' וללא שימוש במחשבון.